

1.1. はじめに

音の大きさや、電波の強さをデシベル（dB）で表示しますが、この正体を正確にご存知の方は意外に少ない様です。

かと言って、説明書を読むと突然難しい数式が出て非常に分かり難いので、ここでは小学生でも分かる様に順を追ってご説明したいと思います。

1.2. デシベル

例えば、図書館の音の大きさが 40 デシベル、一般的な会話が 60 デシベル、電車内が 80 デシベル、という話は耳にされた事があると思います。

これからすると、どうも数値が高くなるほど音が大きくなるというのは、何となく分かって頂けると思います。

また図書館の音と一般的な会話の音の大きさの差は、20(=60-40)デシベルというのも、抵抗なく分かると思います。

それでは、この 20 デシベルの差とはどの程度の差なのでしょう？

少し遠回りになりますが（でもこれこそがデシベルの本質を理解する最短の道なのです）、先ず“デシベルの差”から話を進めたいと思います。

1.3. デシベルと倍率の関係

先に答えを言いますと、**20 デシベル**の差とは、実際に測定器を使って音の大きさ（音圧）を測定した場合で **10 倍**の違いになります。

これをもう少し例を挙げて記述すると下の表の様になります。

デシベルの差	倍率
0 デシベル	1 倍
6 デシベル	2 倍
10 デシベル	3 倍
<u>20 デシベル</u>	<u>10 倍</u>

40 デシベル	100 倍
60 デシベル	1,000 倍
80 デシベル	10,000 倍
100 デシベル	100,000 倍
120 デシベル	1,000,000 倍

上記を見て、何となく分かってきませんか？

そうなのです、デシベルとは倍率で表示すると桁数が非常に大きくなって分かり難くなってしまふ数値を、桁数を抑えて比較的分かり易い数値にするために考えられた表示方法なのです。

余談ですが、人間が直感的に判断できるのはせいぜい3桁までです。

なお一部の文献に、デシベルとは人間の聴覚に合わせた音の単位という記述が見受けられますが、これは明らかに間違いで、桁数を小さくしたら結果的に人間の感覚にも近づいたという訳です。

音以外にもデシベル表示するものはいくつもあります。

またデシベル同士の引き算（ $60-40=20$ デシベル）は、倍率（10 倍）

を表す事も、上表から何となく分かって頂けたと思います。

量子力学のトンネル効果について説明しよう。

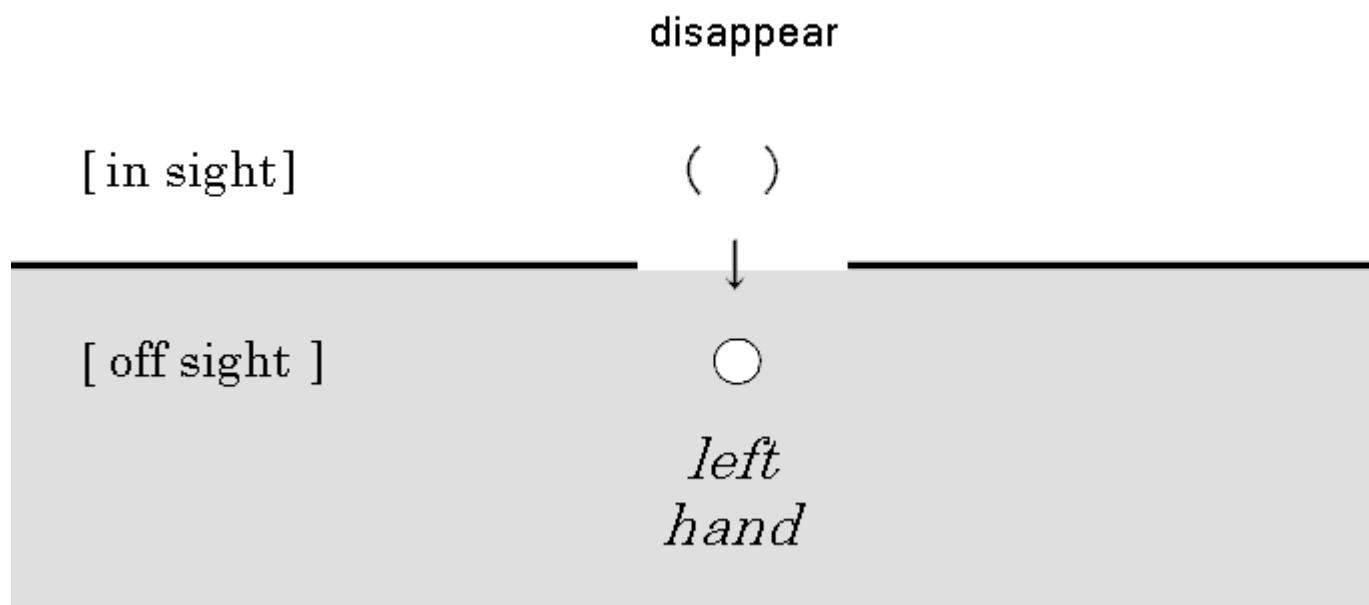
通常、次のように言われる。

「量子の世界では、電子が壁を通り抜ける」

それは本当だろうか？ いや、嘘である。正しくは、次の通りだ。

「量子の世界では、電子が壁を通り抜けるように見える」

これはいわば、手品である。



たとえば、左手でピンポン玉が消えて、右手にピンポン玉が現れた。ピンポン玉が空中を通り抜けたように見えた。

しかし、それは、そう見えただけのことだ。現実には、一つのピンポン玉が移動したのではない。なぜなら、左手で消えたピンポン玉と、右手で現れたピンポン玉とは、同一のピンポン玉ではないからだ。

こうやって、手品師は、「ピンポン玉が空中を通り抜けた」と見せかける。

トンネル効果もまた、同様である。壁の片側で電子が消えて、壁の反対側で電子が現れる。すると人々は、「電子が壁を通り抜けた」と勘違いする。

基本原理は、次のページで。

→ [玉突きモデル](#)

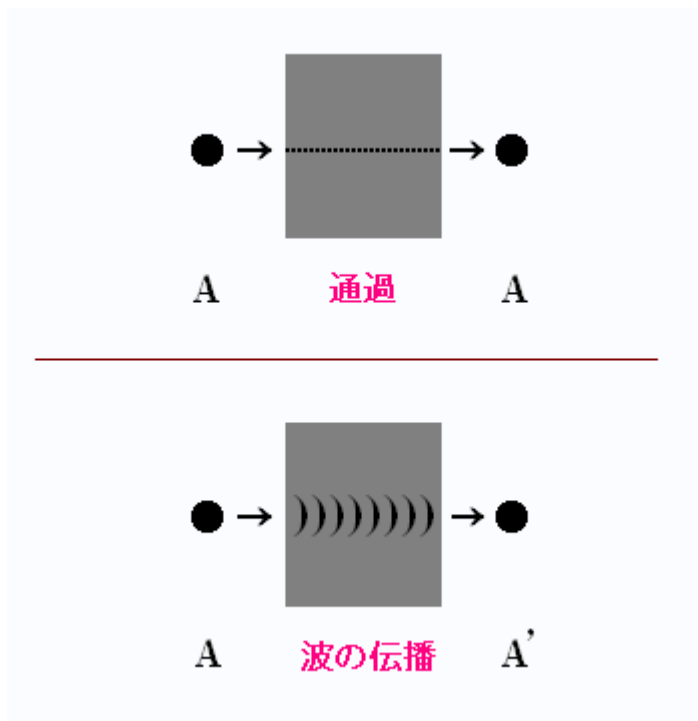
これに基づいて、トンネル効果は、次のページで簡単に説明される。

→ [簡単な解説\(トンネル効果\)](#)

さらに詳しい説明は、次のページで。

→ [詳しい解説\(細々とした周辺的な話題「トンネル効果」\)](#)

なお、上の二つのページでは、次の図で説明する。(解説はそれぞれの文書を参照。)



周波数特性

周波数特性(しゅうはすうとくせい)とは、[周波数](#)と何らかの[物理量](#)との関係を表したものである。f 特、f 特性と呼ばれることもある。

目次

[\[非表示\]](#)

- [1 音響分野における周波数特性](#)
- [2 電子回路/電気回路/電子機器における周波数特性](#)
 - [2.1 コンデンサにおける周波数特性](#)
 - [2.2 コンデンサの種類による周波数特性](#)
- [3 無線工学](#)
- [4 脚注](#)
- [5 関連項目](#)

音響分野における周波数特性[\[編集\]](#)

[音響機器](#)や回路等の入力を一定にした状態で、周波数を変化させた時、出力がどのように変化するかを表した物である。Y 軸に出力レベル、X 軸に周波数の目盛りを取ったグラフに描いた曲線で表される。この場合、Y 軸は [dB](#) で X 軸は[対数](#)目盛りで表されることが多い。

[スピーカー](#)や[マイクロフォン](#)の周波数特性は、機械的振動と電気的信号の変換効率を周波数の変化に対して測定したもの。

電子回路/電気回路/電子機器における周波数特性[\[編集\]](#)

電気・電子[回路](#)や[電子機器](#)においては、周波数特性は[温度特性](#)と並んで重要な特性である。周波数特性の評価には[スペクトラムアナライザ](#)や[ネットワークアナライザ](#)が用いられる。無線機の場合は、測定者が通信周波数を変えながら測定をおこないグラフ用紙にプロットするか、[パーソナルコンピュータ](#)を組み合わせで自動測定をする。回路や機器では、部品自体の周波数特性の変化が激しいため、振幅特性のみならず、ほとんどすべての特性が周波数によって変化する。

コンデンサにおける周波数特性[編集]



ESR と ESL を考慮する場合の等価回路

コンデンサは様々な寄生成分を持つ。また、インピーダンスを考慮する場合図のような等価回路を用いて考える。ここで重要なのが直列等価抵抗(ESR)や直列等価インダクタンスまたはリードインダクタンス(ESL)である。周波数が増加してくるとある周波数まではインピーダンスは降下していくが ESR と ESL により極小値を持つ。さらに周波数を上げていくと ESR、ESL が増加していきインピーダンスは上昇していく。この傾向は、アルミ電解コンデンサで顕著で、積層セラミックコンデンサではインピーダンスの極小値を得る周波数が比較的高い。^[1]回路での利用のしかたによっては、これらをよく考慮する必要がある。また、インピーダンスが極小値を取る周波数が高かったり周波数変化によるインピーダンス変化が小さい^[要出典]ことを、周波数特性が良いと呼ぶ。

コンデンサの種類による周波数特性[編集]

周波数特性は良い順から、プロードライザ^[2]>OS-CON^[3]>フィルムコンデンサ>積層セラミックコンデンサ>アルミ電解コンデンサ である。

(図、表準備中)

無線工学[編集]

アンテナは一般に給電する高周波の周波数に対して入力インピーダンスが変化する。周波数ごとのインピーダンスを測定するにはアンテナ・アナライザを用いる。

電波伝播において、電波の伝播経路上に周波数特性が時間とともに変化する媒体が存在すると受信側で信号が歪む。これを選択性フェージングという。

音楽(おんがく、**英**: music)の定義には、「音による芸術」といったものから「音による時間の表現」といったものまで、様々なものがある。

音楽は、ある音を選好し、ある音を選好しない、という人間の性質に依存する。

音楽には以下の 3 つの要件がある。

1. 材料に音を用いる。
2. 音の性質を利用して組み合わせる。
3. 時間の流れの中で材料(音)を組み合わせる。

西洋音楽では、**リズム**(律動)、**メロディー**(旋律)、**ハーモニー**(和声)をもつものが音楽とされる。そして、このような特性をもつ音を様々な方法で発したり、聴いたり、想像したり、楽しむ行為のことをも指す。広くは人間が楽しめたり、意味を感じたりすることのできる音全体のことをさす場合もある。

音楽の**歴史**は、有史以前まで遡ることが出来る(**#歴史**)。

西洋音楽では、音楽の要素は、**リズム**、**メロディー**、**ハーモニー**の三要素からなると考えられている(**#要素**)。この場合における和声、ハーモニーとはメロディとの相対的な**倍音**関係を構成しており、メロディをより際立たせる役割を持っている。

音楽行為に関しては、現代では一般的に「**作曲**」「**演奏**」「**鑑賞**」が基本として考えられている。作曲とは、**作曲者**の心に感じた事を音によって表現することである。演奏とは、再現芸術ともよばれ、作曲された音楽を実際に音として表現する行為であり、原曲を変えて演奏したり(**編曲**)、声楽曲を器楽曲に変える等(**編曲**)する行為も演奏行為とされる。**(#演奏)**。鑑賞とは音楽を聴いてそれを味わったり、価値を見極めたりすることである。

音楽には様式があり、それを「**ジャンル**」と呼んでいる。「**民族音楽**」「**クラシック音楽**」「**ジャズ**」「**ロック**」などといった名称で呼ばれているのがそれである(**#ジャンル**)。

近年では人々の音楽を聴く行為を統計的に見ると、再生音楽が聴かれている割合が多くなっている(**#生演奏 / 再生音楽**)。

定常な電流が作り出す静磁場の一般論**[編集]**

本節では、真空中に定常な(つまり時刻 t に依存しない)電流密度が作り出す磁束密度について、一般に成り立つ事柄について述べる。ただし、時間的な変動の影響はもちろんのこと、これ以外にも、電場や強制電荷、分極電荷の影響は排除されているものとする。本記事では、専ら体積電流密度を中心に扱い、線電流近似については、例えば^[30] ^[31] ^[32]等に委ねることとする。

真空中に定常な(つまり時刻 t に依存しない)電流密度 $\mathbf{i}(\mathbf{r})$ が与えられた とする。このとき、 $\mathbf{i}(\mathbf{r})$ は、以下の磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}_i(\mathbf{r})$ を空間内に作り出す。

$$\mathbf{A}_i(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3} \left(\frac{\mathbf{i}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right) d^3\mathbf{s} \quad (1-1)$$

となる。

$\mathbf{B}_i = \text{rot}[\mathbf{A}_i]$ を考え併せると、 $\mathbf{i}(\mathbf{r})$ が直接的に作り出す磁束密度 $\mathbf{B}_i$ は、

$$\mathbf{B}_i(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3} \left(\frac{\mathbf{i}(\mathbf{s}) \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right) d^3\mathbf{s} \quad (1-2)$$

となる。これは、即ち、[ビオ・サヴァールの法則](#)である。

上記の $\mathbf{B}_i(\mathbf{r})$ に対し、新たな場 $\mathbf{H}_i$ を、

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{r}) := \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}_i(\mathbf{r}) \quad (1-3)$$

と定義する。この場のことを、「電流密度 $\mathbf{i}$ が作り出す磁場」と呼ぶ。ここで μ_0 は、真空の透磁率である。尚、定義の上では、「電流密度 $\mathbf{i}$ が作り出す磁

場」 $\mathbf{H}_i$ は、透磁率が μ の場所でも、 $\mathbf{H}_i(\mathbf{r}) := \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}_i(\mathbf{r})$ であることに特に注意されたい。

式(1-2),式(1-3)より、

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3} \left(\frac{\mathbf{i}(\mathbf{s}) \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right) d^3\mathbf{s} \quad (1-4)$$

である。これに、回転微分を作用させると、

$$\text{rot}_{\mathbf{r}}[\mathbf{H}_i] = \mathbf{i} \quad (1-5)$$

が得られる。実際、ベクトル解析の公式より、

$$\begin{aligned} \text{rot}_{\mathbf{r}} \left[\left(\frac{\mathbf{i}(\mathbf{s}) \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right) \right] &= \text{rot}_{\mathbf{r}} \left[\mathbf{i}(\mathbf{s}) \times \left(\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right) \right] \\ &= 4\pi \left(\text{div}_{\mathbf{r}} \left[\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] \right) \mathbf{i}(\mathbf{s}) \end{aligned}$$

$$= 4\pi\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{s})\mathbf{i}(\mathbf{s}) \quad (1-6)$$

従って、

$$\begin{aligned} & rot_{\mathbf{r}}[\mathbf{H}_i(\mathbf{r})] \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3} rot_{\mathbf{r}} \left[\left(\frac{\mathbf{i}(\mathbf{s}) \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right) \right] d^3\mathbf{s} \\ &= \int_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3} \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{s})\mathbf{i}(\mathbf{s})d^3\mathbf{s} = \mathbf{i}(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (1-7)$$

が得られる。ここで δ^3 は、3変数の[δ関数](#)(ディラックのデルタ)を意味する。

時間的に定常な磁化が作り

出す静磁場の一般論[編集](#)

本節では、定常な(つまり時刻 t に依存しない)[磁化](#)が作り出す磁束密度について、一般に成り立つ事柄について述べる。ただし、時間的な変動の影響はもちろんのこと、これ以外にも、電場や強制電荷、分極電荷の影響は排除されているものとする。

時間的に定常な磁化が作り出す磁気ベクトルポテンシャル

[編集](#)

空間内の領域 Ω に物質が置かれ、前記物質が、定常な(つまり時刻 t に依存しない)[磁](#)

[化](#) $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ を帯びているとする。このとき、磁

化ベクトルは、「単位体積当たりの磁気モーメントの密度」を表すものであるため、磁化の定義より、

物質内の各点 $\mathbf{s} \in \Omega$ それぞれに、それぞれ

$$\mathbf{M}(\mathbf{s})d^3\mathbf{s} \quad (2-1-1)$$

で与えられる磁気モーメントが配置されている

と考えることができる^[2]。

まず、時間的に定常な磁化が作り出す磁気ベクトルポテンシャルについて考えよう。

(1)原点に置かれた磁気モーメント $\mathbf{m}$ は、空間上の位置 $\mathbf{r}$ に作り出す磁気ベクトルポテンシャルは、

$$\mathbf{a}_0(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \right) \quad (2-1-2)$$

である。

(2)従って、"(1)"を平行移動すれば、位置 $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3$ に置かれた磁気モーメント $\mathbf{m}$ は、空間上の位置 $\mathbf{r}$ に作り出す磁気ベクトルポテンシャルは、

$$\mathbf{a}_s(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{m} \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right) \quad (2-1-3)$$

である。

従って、上記の磁気モーメント $\mathbf{M}(\mathbf{s})d\mathbf{s}$ それぞれは、磁気ベクトルポテンシャル

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{(\mathbf{M}(\mathbf{s})d\mathbf{s}) \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right) \quad (2-1-4)$$

を作り出す。

上記の磁気ベクトルポテンシャルそれぞれを、全ての $\mathbf{s} \in \Omega$ に渡って足し合わせると、

$$\mathbf{A}_M(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \left(\frac{(\mathbf{M}(\mathbf{s})) \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right) d^3\mathbf{s} \quad (2-1-5)$$

を得る。即ち、物質

の磁化 $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ は、

上記の磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}_M$ を空間内に作り出す
[\[2\]](#) [\[注釈 1\]](#) [\[注釈 2\]](#)

時間的に定常な磁化が作り出す磁束密度[\[編集\]](#)

次に、時間的に定常な磁化が作り出す磁束密度について考えよう。磁気ベクトルポテンシャルの回転微分をとれば、磁束密度が得られる。

(1)原点に置かれた磁気モーメント $\mathbf{m}$ は、空間上の位置 $\mathbf{r}$ に作り出す磁気ベクトルポテンシャルは、前述の通り、

$$\mathbf{a}_0(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \right) \quad (2-2-1)$$

である。この回転微分をとることで、原点に置かれた磁気モーメント $\mathbf{m}$ が、空間上の位置 $\mathbf{r}$ に作り出す磁束密度は、

$$\mathbf{b}_0(\mathbf{r}) = \text{rot}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \right) \right] = \frac{\mu_0}{4\pi} \text{grad}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\langle \mathbf{m} | \mathbf{r} \rangle}{|\mathbf{r}|^3} \right] + \frac{\mu_0}{4\pi} \text{div}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \right] \mathbf{m}$$

(2-2-2)

であることが判る。ここで、 $\langle \quad | \quad \rangle$ は、内積を表す。

(2)従っ
て、"(1)"
を平行
移動す
れば、
位置
 $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3$
に置か
れた磁
気モーメ
ント $\mathbf{m}$
が、空
間上の
位置
 $\mathbf{r}$ に作り
出す磁
束密度
が、

$$\mathbf{b}_s(\mathbf{r}) = \text{rot}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{m} \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right) \right] = \frac{\mu_0}{4\pi} \text{grad}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\langle \mathbf{m} | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] + \frac{\mu_0}{4\pi} \text{div}_{\mathbf{r}}$$

(2-2-3)

であることが判る。ここで、 $\langle \quad | \quad \rangle$ は、内積を表す。

従
っ
て
、
上

記
の
磁
気
モ
ー
メ
ン
ト
 $\mathbf{M}(\mathbf{s})d\mathbf{s}$
そ
れ
ぞ
れ
は
、
磁
束
密
度

$$\frac{\mu_0}{4\pi}grad_{\mathbf{r}} \left[\frac{\langle \mathbf{M}(\mathbf{s})d^3\mathbf{s} | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] + \frac{\mu_0}{4\pi}div_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] \mathbf{M}(\mathbf{s})d^3\mathbf{s}$$

(2-2-4)

を
作
り
出
す
。
上
記
の
磁
気

ベクトルポテンシャルそれぞれを、全ての $\mathbf{s} \in \Omega$ に渡って足し合わせると、

$$\mathbf{B}_M(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \text{grad}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\langle \mathbf{M}(\mathbf{s}) | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] + \text{div}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] \mathbf{M}(\mathbf{s}) \, d^3 \mathbf{s}$$

(2-2-5)

を得る。
即ち、物質の磁化 $\mathbf{M}(\mathbf{r})$

は、上記の磁気ベクトルポテンシャル

$\mathbf{B}_M$
を空間

内に作り出す

[
2
1

[
注
釈

3
1

[
注
釈

4
1

さて、ベクトル解析の

公
式
か
ら
、

$$\mathbf{M}(\mathbf{s}) = \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \operatorname{div}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] \mathbf{M}(\mathbf{s}) \, d^3 s \tag{2-2-6}$$

が
判
る
。
[\[注 釈 \]](#)

[5](#)
[1](#)

従
っ
て
、
上
記
の
磁
気
モ
ー
メ
ン
ト
 $\mathbf{M}(\mathbf{s})$
そ

れ
ぞ
れ
が
作
り
出
す
磁
束
密
度
は
、

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_0}{4\pi} grad_{\mathbf{r}} \left[\frac{\langle \mathbf{M}(\mathbf{s}) d^3 \mathbf{s} | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] + \frac{\mu_0}{4\pi} div_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] \mathbf{M}(\mathbf{s}) d^3 \mathbf{s} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} grad_{\mathbf{r}} \left[\frac{\langle \mathbf{M}(\mathbf{s}) d^3 \mathbf{s} | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] + \mu_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{s}) \mathbf{M}(\mathbf{s}) d^3 \mathbf{s} \end{aligned}$$

(2-2-7)

$$\mathbf{B}_M(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \text{grad}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\langle \mathbf{M}(\mathbf{s}) | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] d^3s + \mu_0 \mathbf{M}(\mathbf{r})$$

(2-2-8)

$$\mathbf{H}_M(\mathbf{r}) := \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \text{grad}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\langle \mathbf{M}(\mathbf{s}) | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] d^3s \quad (2-2-9)$$

$$\mathbf{B}_M(\mathbf{r}) = \mu_0(\mathbf{H}_M(\mathbf{r}) + \mathbf{M}(\mathbf{r})) \quad (2-2-10)$$

(難所) 元々磁化 $\mathbf{M}_{\text{ini}}$ を帯びている物質に、外部から磁束密度 $\mathbf{B}_{\text{ext}}(\mathbf{r})$ を印加したとき、最終的に、物質がどのような $\mathbf{M}_{\text{con}}$ を得るか？

磁荷密度の導入[\[編集\]](#)

$$\mathbf{H}_M(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \text{grad}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\langle \mathbf{M}(\mathbf{s}) | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] d^3 s \quad (2-3-1)$$

$$\begin{aligned}
div_s \left[\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] &= \left\langle grad_s \left[\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] \mid \mathbf{M}(\mathbf{s}) \right\rangle + \frac{div_s[\mathbf{M}]}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \\
&= \left\langle \frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \mid \mathbf{M}(\mathbf{s}) \right\rangle + \frac{div_s[\mathbf{M}]}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \\
&= \frac{\langle \mathbf{M}(\mathbf{s}) \mid (\mathbf{r} - \mathbf{s}) \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} + \frac{div_s[\mathbf{M}]}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \quad (2-3-2)
\end{aligned}$$

$$\frac{\langle \mathbf{M}(\mathbf{s}) \mid (\mathbf{r} - \mathbf{s}) \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} = div_s \left[\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] - \frac{div_s[\mathbf{M}]}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \quad (2-3-3)$$

$$\phi_M(\mathbf{r}) := - \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \frac{< \mathbf{M}(\mathbf{s}) | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) >}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} d^3\Omega \quad (2-3-4)$$

$$\phi_M(\mathbf{r}) = - \int_{\mathbf{s} \in \Omega} div_{\mathbf{s}} \left[\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] d^3\Omega + \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \frac{div_{\mathbf{s}}[\mathbf{M}]}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} d^3\Omega$$

(2-3-5)

$$\int_{\mathbf{s} \in \Omega} \operatorname{div}_{\mathbf{s}} \left[\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] d^3\Omega = \int_{\mathbf{s} \in \partial\Omega} \frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} d^2(\partial\Omega) \quad (2-3-6)$$

$$\int_{\mathbf{s} \in \partial\Omega} \frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} d^2(\partial\Omega) = \int_{\mathbf{s} \in \partial\Omega} \frac{\langle \mathbf{M}(\mathbf{s}) | \mathbf{n}_{\partial\Omega} \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} |d^2(\partial\Omega)|$$

(2-3-7)

$$\phi_M(\mathbf{r}) = - \int_{\mathbf{s} \in \Omega} div_s \left[\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] d^3\Omega + \int_{\mathbf{s} \in \partial\Omega} \frac{< \mathbf{M}(\mathbf{s}) | \mathbf{n}_{\partial\Omega} >}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} |d^2(\partial\Omega)|$$

(2-3-8)

$$\phi_M(\mathbf{r}) = \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \frac{\rho_M(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} d^3\Omega + \int_{\mathbf{s} \in \partial\Omega} \frac{\sigma_M(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} |d^2(\partial\Omega)|$$

(2-3-12)

$$\mathbf{H}_M(\mathbf{r}) = -grad_{\mathbf{r}}[\phi_M(\mathbf{r})] \quad (2-3-13)$$

$$\mathbf{H}_M(\mathbf{r}) = \int_{\mathbf{s} \in \Omega} grad_{\mathbf{r}} \left[\frac{-\rho_M(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] d^3\Omega + \int_{\mathbf{s} \in \partial\Omega} grad_{\mathbf{r}} \left[\frac{-\sigma_M(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] |d^2(\partial\Omega)|$$

(2-3-14)

磁化電流の導入[編集](#)

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_M(\mathbf{r}) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \left(\frac{(\mathbf{M}(\mathbf{s})) \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right) d^3\mathbf{s} \\
&= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \left(\frac{rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{M}(\mathbf{s})]}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right) d^3\mathbf{s} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \partial\Omega} \left(\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s}) \times \mathbf{n}_{\partial\Omega}}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right) |d^2(\partial\Omega)|
\end{aligned}$$

(2-4-1)

$$\begin{aligned}
rot_{\mathbf{s}} \left[\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] &= \left(grad_{\mathbf{s}} \left[\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] \right) \times \mathbf{M}(\mathbf{s}) + \frac{rot_{\mathbf{s}} [\mathbf{M}(\mathbf{s})]}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \\
&= \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{s}) \times \mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} + \frac{rot_{\mathbf{s}} [\mathbf{M}(\mathbf{s})]}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \quad (2-4-2)
\end{aligned}$$

$$\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s}) \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} = \frac{rot_{\mathbf{s}} [\mathbf{M}(\mathbf{s})]}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} - rot_{\mathbf{s}} \left[\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] \quad (2-4-3)$$

$$\mathbf{A}_M(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \frac{rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{M}(\mathbf{s})]}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} d^3\mathbf{s} - \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \Omega} rot_{\mathbf{s}} \left[\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] d^3\mathbf{s}$$

(2-4-4)

$$-\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\mathbf{s}\in\Omega}rot_{\mathbf{s}}\left[\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r}-\mathbf{s}|}\right]d^3\mathbf{s}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\mathbf{s}\in\partial\Omega}\left(\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r}-\mathbf{s}|}\right)\times d^2\mathbf{s}$$

(2-4-5)

$$\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\mathbf{s}\in\partial\Omega}\left(\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})}{|\mathbf{r}-\mathbf{s}|}\right)\times d^2\mathbf{s}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\mathbf{s}\in\partial\Omega}\left(\frac{\mathbf{M}(\mathbf{s})\times\mathbf{n}_{\partial\Omega}}{|\mathbf{r}-\mathbf{s}|}\right)|d^2(\partial\Omega)|$$

(2-4-6)

$$\mathbf{A}_M(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \Omega} \left(\frac{\mathbf{i}_M(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right) d^3\mathbf{s} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \partial\Omega} \left(\frac{\mathbf{K}_M(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right) |d^2(\partial\Omega)|$$

(2-4-9)

$$\mathbf{B}_M(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3} \left(\frac{\mathbf{i}_M(\mathbf{s}) \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right) d^3\mathbf{s} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \partial\Omega} \left(\frac{\mathbf{K}_M(\mathbf{s}) \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right)$$

(2-4-10)

全系の磁束密度 [編集](#)

$$\mathbf{B}_{\text{tot}} = \mathbf{B}_{\text{fc}} + \mathbf{B}_{\text{M}} \quad (3-1-1)$$

$$\mathbf{B}_{\text{tot}} = \mathbf{B}_{\text{fc}} + \mathbf{B}_{\text{Mini}} \quad (\text{間違った式})$$

$$\mathbf{B}_{\text{tot}} = \mathbf{B}_{\text{fc}} + \mathbf{B}_{\text{Mcon}} \quad (\text{正しい式})$$

(難所) 元々磁化 $\mathbf{M}_{\text{ini}}$ を帯びている物質に、外部から磁束密度 $\mathbf{B}_{\text{ext}}(\mathbf{r})$ を印加したとき、最終的に、物質がどのような $\mathbf{M}_{\text{con}}$ を得るか？

$$div[\mathbf{B}_{fc}] = 0 \quad (3-1-2a)$$

$$div[\mathbf{B}_M] = 0 \quad (3-1-2b)$$

$$div[\mathbf{B}_{tot}] = 0 \quad (3-1-2c)$$

$B = \mu_0(H + M)$ について[編集](#)

$$\mathbf{H}_{tot}(\mathbf{r}) := \frac{\mathbf{B}_{tot}(\mathbf{r})}{\mu_0} - \mathbf{M}(\mathbf{r}) \quad (3-2-1)$$

$$\mathbf{H}_{fc}(\mathbf{r}) := \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}_{fc}(\mathbf{r}) \quad (3-2-2)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_{tot}(\mathbf{r}) &= \frac{\mathbf{B}_{tot}(\mathbf{r})}{\mu_0} - \mathbf{M}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{B}_{fc}(\mathbf{r}) + \mathbf{B}_M(\mathbf{r})}{\mu_0} - \mathbf{M}(\mathbf{r}) \\
&= \mathbf{H}_{fc}(\mathbf{r}) + (\mathbf{H}_M(\mathbf{r}) + \mathbf{M}(\mathbf{r})) - \mathbf{M}(\mathbf{r}) \\
&= \mathbf{H}_{fc}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_M(\mathbf{r}) \quad (3-2-3)
\end{aligned}$$

$$rot[\mathbf{H}_{tot}(\mathbf{r})] = rot[\mathbf{H}_{fc}(\mathbf{r})] + rot[\mathbf{H}_M(\mathbf{r})] = \mathbf{i}_{fc} \quad (3-2-4)$$

rot grad=0 (3-2-5)

$$rot[\mathbf{H}_M(\mathbf{r})] = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \Omega} rot_{\mathbf{r}} \left[grad_{\mathbf{r}} \left[\frac{< \mathbf{M}(\mathbf{s}) | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) >}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] \right] d^3s = 0$$

(3-2-6)

$$rot[\mathbf{H}_M(\mathbf{r})] = 0 \text{ (3-2-7)}$$

透磁率の導入[\[編集\]](#)

$$\mathbf{B}_{tot}(\mathbf{r}) = \mu(\mathbf{r})\mathbf{H}_{tot}(\mathbf{r}) \text{ (3-3-1)}$$

$$\mathbf{B}_{tot}(\mathbf{r}) = \mu(\mathbf{r})\mathbf{H}_{tot}(\mathbf{r}) \quad (3-3-2)$$

$$\mathbf{H}_{tot}(\mathbf{r}) = \nu(\mathbf{r})\mathbf{B}_{tot}(\mathbf{r}) \quad (3-3-3)$$

$$\nu:=\mu^{-1} \quad (3-3-4)$$

$$\mu(s) \nu(s) = \mu(s) \mu^{-1}(s) = E_3 \quad (3-3-5)$$

$$div[\mathbf{B}_{fc}] = 0 \quad (3-3-6a)$$

$$div[\mathbf{B}_M] = 0 \quad (3-3-6b)$$

$$div[\mathbf{B}_{tot}] = 0 \quad (3-3-6c)$$

$$rot[\mathbf{H}_{tot}] = \dot{\mathbf{i}}_{fc} \quad (3-3-7)$$

$$rot[\mathbf{A}_{fc}] = \mathbf{B}_{fc} \quad (3-3-8a)$$

$$rot[\mathbf{A}_M] = \mathbf{B}_M \quad (3-3-8b)$$

$$\mathbf{A}_{tot} := \mathbf{A}_M + \mathbf{A}_{fc} \quad (3-3-9)$$

$$rot[\mathbf{A}_{tot}] = \mathbf{B}_{tot} \quad (3-3-8c)$$

$$rot[\nu rot[\mathbf{A}]] - \mathbf{i}_{fc} = 0 \quad (3-3-10)$$

静磁場の境界条件[\[編集\]](#)

静磁場のエネルギーと停留値関数[\[編集\]](#)

$$\begin{aligned}
F[\mathbf{A}] &:= \int_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3} \frac{1}{2} < \mathbf{H}(\mathbf{s}) \mid \mathbf{B}(\mathbf{s}) > - < \mathbf{i}_{fc}(\mathbf{s}) \mid \mathbf{A}_{tot}(\mathbf{s}) > d\mathbf{s} \\
&= \int_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3} \frac{1}{2} < \nu(\mathbf{s})(rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{A}(\mathbf{s})]) \mid (rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{A}(\mathbf{s})]) > - < \mathbf{i}_{fc}(\mathbf{s}) \mid \mathbf{A}(\mathbf{s}) > d\mathbf{s}
\end{aligned}
\tag{3-5-1}$$

$$\delta F = F[\mathbf{A} + \delta \mathbf{A}] - F[\mathbf{A}] \tag{3-5-2}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2} < \nu(\mathbf{s})(rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{A}(\mathbf{s}) + \delta \mathbf{A}(\mathbf{s})]) \mid (rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{A}(\mathbf{s}) + \delta \mathbf{A}(\mathbf{s})]) > - < \mathbf{i}_{fc}(\mathbf{s}) \mid \mathbf{A}(\mathbf{s}) + \delta \mathbf{A}(\mathbf{s}) > \\
&\tag{3-5-3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2} < \nu(\mathbf{s})(rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{A}(\mathbf{s})]) \mid (rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{A}(\mathbf{s})]) > - < \mathbf{i}_{fc}(\mathbf{s}) \mid \mathbf{A}(\mathbf{s}) > \\
&\tag{3-5-4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&< \nu(\mathbf{s})(rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{A}(\mathbf{s})]) \mid (rot_{\mathbf{s}}[\delta \mathbf{A}(\mathbf{s})]) > + \frac{1}{2} < \nu(\mathbf{s})(rot_{\mathbf{s}}[\delta \mathbf{A}(\mathbf{s})]) \mid (rot_{\mathbf{s}}[\delta \mathbf{A}(\mathbf{s})]) > \\
&\tag{3-5-5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta F[A] &= \int_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3} < \nu(\mathbf{s})(rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{A}(\mathbf{s})]) \mid (rot_{\mathbf{s}}[\delta \mathbf{A}(\mathbf{s})]) > - < \mathbf{i}_{fc}(\mathbf{s}) \mid \delta \mathbf{A}(\mathbf{s}) > \\
&\tag{3-5-6}
\end{aligned}$$

$$div[\mathbf{X} \times \mathbf{Y}] = \langle \mathbf{Y} \mid rot[\mathbf{X}] \rangle - \langle \mathbf{X} \mid rot[\mathbf{Y}] \rangle \quad (3-5-7)$$

$$\mathbf{X} := \nu(\mathbf{s})rot[\mathbf{A}(\mathbf{s})] \quad (3-5-8)$$

$$\mathbf{Y} := \delta \mathbf{A} \quad (3-5-9)$$

$$\begin{aligned} \delta F[\mathbf{A}] &= \int_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3} -div_{\mathbf{s}}[(\nu(\mathbf{s})rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{A}]) \times \delta \mathbf{A}] d^3 \mathbf{s} \\ &+ \int_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3} \langle (rot_{\mathbf{s}}[(\nu(\mathbf{s}))rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{A}(\mathbf{s})]] - \mathbf{i}_{fc}(\mathbf{s}) \mid \delta \mathbf{A}(\mathbf{s}) \rangle d^3 \mathbf{s} \end{aligned} \quad (3-5-10)$$

$$\int_{\mathbf{s} \in \Omega} -div_{\mathbf{s}}[(\nu(\mathbf{s})rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{A}]) \times \delta \mathbf{A}] d^3 \mathbf{s} = - \int_{\mathbf{s} \in \partial \Omega} (\nu(\mathbf{s})rot_{\mathbf{s}}[\mathbf{A}]) \times \delta \mathbf{A} d^2(\partial \Omega) \quad (3-5-11)$$

$$(rot[\mathbf{A}]) \times n_{\partial \Omega} = 0 \quad (3-5-12)$$

$$rot[\nu rot[\mathbf{A}]] - \mathbf{i}_{fc} = 0 \quad (3-5-12)$$

る。が要求される。同じ式変形が何度も繰り返されるのを避ける目的から、一般的な知識は既知とする立

ベクトル場の代数演算と微分作用素[\[編集\]](#)

$$\langle \mathbf{F} \mid \nabla \rangle := f_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + f_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + f_3 \frac{\partial}{\partial x_3}$$

$$\nabla := \hat{\mathbf{x}} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{z}} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\langle \mathbf{F} \mid \nabla \rangle \mathbf{G} = f_1 \frac{\partial g_1}{\partial x_1} + f_2 \frac{\partial g_2}{\partial x_2} + f_3 \frac{\partial g_3}{\partial x_3} = (J[\mathbf{G}]) \cdot \mathbf{F}$$

$$\begin{aligned} rot[f\mathbf{F}] &= grad[f] \times \mathbf{F} + f \cdot rot[\mathbf{F}] \\ rot[\mathbf{F} \times \mathbf{G}] &= \langle \mathbf{G} \mid \nabla \rangle \mathbf{F} - \langle \mathbf{F} \mid \nabla \rangle \mathbf{G} + \mathbf{F} div[\mathbf{G}] - \mathbf{G} div[\mathbf{F}] \end{aligned}$$

$$div\,[f\mathbf{F}] = \langle \mathbf{F} | grad[f] \rangle + f div[\mathbf{F}]$$

ディラックのデルタと、重積分[\[編集\]](#)

$$f(\mathbf{r}) = \int_{\mathbf{s} \in \Omega} f(\mathbf{s}) \delta^n(\mathbf{r} - \mathbf{s}) \, d^n s \, = f * \delta^n$$

発散微分とディラックのデルタ[\[編集\]](#)

$$\operatorname{div}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \right] = \frac{3}{|\mathbf{r}|^3} - \frac{3|\mathbf{r}|^2}{|\mathbf{r}|^5} = 0$$

であり、原点($\mathbf{r}=0$)を中心とする、球体 BL に対し、[ガウスの発散定理](#)を用いると、

$$\int_{\mathbf{r} \in BL} \operatorname{div}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \right] d^3r = 4\pi$$

となるので、結局、

$$\operatorname{div}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \right] = 4\pi\delta(\mathbf{r})$$

$$\operatorname{div}_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] = 4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{s})$$

分数関数の偏微分[編集](#)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial s_i} \left[\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial s_i} \left[\frac{1}{((r_i - s_i)^2 + const)^{1/2}} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial s_i} \left[((r_i - s_i)^2 + const)^{-(1/2)} \right] \end{aligned}$$

面積分に関する補足[編集](#)

の定義は、それぞれ以下の通り。

定義は、以下の通りである。

$$\int_{\mathbf{s} \in S} \mathbf{X}(\mathbf{s}) \, d^2 S := \int_{(u_1, u_2) \in I} \langle \mathbf{X}(\varphi(u_1, u_2)) \mid \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \times \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right) \rangle \, du_1 du_2$$

上式の右辺は、 (u_1, u_2) についてのスカラー値関数

$$\langle \mathbf{X}(\varphi(u_1, u_2)) \mid \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \times \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right) \rangle$$

を、区間 I 上で重積分したものを意味する。今、 S の単位法線ベクトル $\mathbf{n}_S$ を、

$$\mathbf{n}_S := \frac{1}{\left| \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \times \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right|} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \times \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right)$$

と定めると、

$$\int_{\mathbf{s} \in S} \mathbf{X}(\mathbf{s}) \, d^2 S = \int_{(u_1, u_2) \in I} \langle \mathbf{X}(\varphi(u_1, u_2)) \mid \mathbf{n}_S \rangle \left| \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \times \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right| \, du_1 du_2$$

である。

定義は、以下の通りである。

$$\int_{\mathbf{s} \in S} \mathbf{X}(\mathbf{s}) \, |d^2 S| := \int_{(u_1, u_2) \in I} \mathbf{X}(\varphi(u_1, u_2)) \left| \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \times \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right| \, du_1 du_2$$

本記事では、絶対値による面積分の場合は、 $|d^2 S|$ のように、面素に絶対値記号をつけることにする。

右辺は、 (u_1, u_2) についてのベクトル値関数

$$\mathbf{X}(\varphi(u_1, u_2)) \left| \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \times \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right|$$

を、成分ごとに区間 I 上で重積分したものを意味する。即ち、絶対値による面積分は「関数の面積分を各成分ごとにやる」というのと同じ意味である。

定義は、以下の通りである。

$$\int_{\mathbf{s} \in S} \mathbf{X}(\mathbf{s}) \times d^2 S := \int_{(u_1, u_2) \in I} (\mathbf{X}(\varphi(u_1, u_2))) \times \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \times \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right) du_1 du_2$$

本記事では、外積面積分の場合は、 $\times d^2 S$ のように、面素にの前に、 $\times$ をつけることにする。

右辺は、 (u_1, u_2) についてのベクトル値関数

$$\mathbf{X}(\varphi(u_1, u_2)) \times \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \times \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right)$$

を、成分ごとに区間 I 上で[重積分](#)したものを意味する。即ち、(2)との関係でいえば、

$$\int_{\mathbf{s} \in S} \mathbf{X}(\mathbf{s}) \times d^2 S = \int_{\mathbf{s} \in S} \mathbf{X}(\mathbf{s}) \times \mathbf{n}_S |d^2 S|$$

注釈[\[編集\]](#)

$$\mathbf{A}_M(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^3} \left(\frac{(\mathbf{M}(\mathbf{s})) \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right) d^3 \mathbf{s}$$

$$\mathbf{B}_M(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} grad_{\mathbf{r}} \left[\frac{\langle \mathbf{M}(\mathbf{s}) | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] + div_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] \mathbf{M}(\mathbf{s}) d^3 \mathbf{s}$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{s}) \; = \; \int_{\mathbf{s} \in \mathbf{R}^3} \; div_{\mathbf{r}} \left[\frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \right] \mathbf{M}(\mathbf{s}) \; d^3 \mathbf{s}$$

$$\mathbf{B}_M(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \mathbf{R}^3} grad_{\mathbf{r}} \left[\frac{< \mathbf{M}(\mathbf{s}) | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) >}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] \; d^3 s + \mu_0 \mathbf{M}(\mathbf{r})$$

$$\mathbf{H}_M(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbf{s} \in \Omega} grad_{\mathbf{r}} \left[\frac{< \mathbf{M}(\mathbf{s}) | (\mathbf{r} - \mathbf{s}) >}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \right] \; d^3 s$$